***Памятка для нахождения длин отрезков***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | Сумма и разность длин отрезков$$AM+MB=AB,AM=AB-MB,$$$$MB=AB-AM$$ A M B | 7 | Свойство средней линии треугольника$MN=\frac{1}{2}AC, AC=2MN$ B M N A C  | 12 | Свойство диагоналей параллелограмма$AC^{2}+BD^{2}=2\left(AB^{2}+BC^{2}\right)$ A B  D C  |
| 2 | Свойство середины отрезка$$AM=MB=\frac{1}{2}AB,AB=2AM=2MB$$A M B | 8 | Свойство средней линии трапеции$$MN=\frac{1}{2}\left(BC+AD\right), BC+AD=2MN$$ A B M N D C  | 13 | Свойство биссектрисы угла треугольника$\frac{BD}{AB}=\frac{DC}{AC}$ B D  A C |
| 3 | Неравенство треугольника, соотношение между сторонами и углами $$a<b+c,b<a+c, c<a+b$$$$∠A>∠B, то a>b$$ A b cC a B | 9 | Теоремы синусов и косинусов A$\frac{a}{\sin(A)}=\frac{b}{\sin(B)}=\frac{c}{\sin(C)}=2R$ $a^{2}=b^{2}+c^{2}-2bc\cos(A)$ b c$$b^{2}=a^{2}+c^{2}-2ac\cos(B)$$$c^{2}=a^{2}+b^{2}-2ab\cos(C)$ C a B  | 14 | Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике $\frac{b\_{c}}{h}=\frac{h}{a\_{c}}, \frac{c}{b}=\frac{b}{b\_{c}}, \frac{c}{a}=\frac{a}{a\_{c}}$  $a\_{c}+b\_{c}=c$ bc A ac b h  B a C |
| 4 | Свойство катета, лежащего против угла ∠A= 300, $BC=\frac{1}{2}$AB, AB=2BC C A B MСвойство медианы, проведённой к гипотенузе $CM=\frac{1}{2}AB$ | 10 | Свойство точки пересечения медиан треугольника $$CO:OC\_{1}=BO:BO\_{1}=AO:AO\_{1}=2:1$$ A C1 OB1 B B1 C | 15 | Формулы для правильных многоугольников$a\_{n}=2R\sin(\frac{180^{0}}{n}), a\_{n}=2r tg\frac{180^{0}}{n}, $$P\_{n}=na\_{n}, S\_{n}=\frac{1}{2}P\_{n} r$ *an R*$a\_{3}=R\sqrt{3 } , a\_{4}=R\sqrt{2} , a\_{6}=R$ r |
| 56 | Отношение сходственных сторон, периметров, площадей подобных треугольников и фигур A A1 $$\frac{\begin{matrix}A&B\end{matrix}}{\begin{matrix}A\_{1}&B\_{1}\end{matrix}}=\frac{\begin{matrix}B&C\end{matrix}}{\begin{matrix}B\_{1}&C\_{1}\end{matrix}}=\frac{\begin{matrix}A&C\end{matrix}}{\begin{matrix}A\_{1}&C\_{1}\end{matrix}}=k$$$\frac{P}{P\_{1}}=k, \frac{S}{S\_{1}}=k^{2}$ B C B1 C1  Теорема Фалеса $BB\_{1}|\left|CC\_{1}\right||DD\_{1}$ $\frac{BC}{CD}=\frac{\begin{matrix}B\_{1}&C\_{1}\end{matrix}}{\begin{matrix}C\_{1}&D\_{1}\end{matrix}}$ B C D B1  C1 D1 | 11 | Теорема Пифагора, соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике$ c^{2}= a^{2}+b^{2}, c>a, c>b$$\sin(A=\frac{a}{c})=\cos(B , \cos(A=\frac{b}{c}))=\sin(B)$$$tgA=\frac{a}{b}=ctgB,ctgA=\frac{b}{a}=tgB$$ A c b  C a B | 1617 | Свойство касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности B A $AB^{2}=AD∙AC$  D СОтношения площадей треугольников, имеющих по равному основанию a или высоте h или∠A1=∠A2$$\frac{S\_{1}}{S\_{2}}=\frac{h\_{1}}{h\_{2}}; \frac{S\_{1}}{S\_{2}}=\frac{a\_{1}}{a\_{2}} ; \frac{S\_{1}}{S\_{2}}=\frac{\begin{matrix}b\_{1}&∙c\_{1}\end{matrix}}{\begin{matrix}b\_{2}&∙c\_{2}\end{matrix}} $$ c1 B1 h1 h2 h A1 C1 b1 c2  B2  a a1 a2 A2 C2  b2 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | Свойство суммы смежных углов D$∠ABD+∠$DBC=$180^{0}$ C A B | 8 |  Свойство суммы острых углов прямоугольного треугольника A$∠С=90^{0}, ∠A+∠B=90^{0}$ C B | 15 | Теорема, обратная теореме Пифагора$a^{2}+b^{2}=c^{2},то∠С=90^{0}$ B a c  C b A  |
| 2 | Определение перпендикулярных прямых C$AB⊥CD$ A B$ ∠AOC=∠BOC=∠AOD=∠BOD=90^{0}$  D | 9 |  Свойство угла прямоугольного треугольника, лежащего против катета, равного половине гипотенузы B $∠C=90^{0},AC=\frac{1}{2}AB,то∠B=30^{0}$ C A  | 16 | Измерение центрального угла А$∠AOB=\breve{AB}$ О В |
| 3 | Определение высоты треугольника, Bпараллелограмма, трапеции А C  B C H$∠AHB=90^{0}$ B C   A H D A H D  | 10 |  Свойство суммы углов выпуклого четырёхугольника A B$∠A+∠B+∠C+∠D=360^{0}$  D C  | 17 | Измерение вписанного угла А$∠AВС=\frac{1}{2}\breve{AС}$ С В   |
| 4 |  Свойство суммы односторонних углов при пересечении двух параллельных прямых секущей c$a||b, c-секущая, ∠1+∠2=180^{0}$ a 1 b 2  | 11 |  Свойство суммы углов выпуклого n-угольника $∠A\_{1}+∠A\_{2}+∠A\_{3}+…+∠A\_{n}=180^{0} (n-2)$  A1  A2  An A3  | 18 | Свойство вписанного угла, опирающегося на диаметр АС В$∠АВС=90^{0}$  А С  |
| 5 |  Соотношение между сторонами и углами в треугольнике A c$a>b>c, то∠A>∠B>∠C$ b B C a | 12 | Углы в прямоугольнике и квадрате A В$∠A=∠B=∠C=∠$D =$90^{0}$ D С A B  D C | 19 |  Измерение угла касательной и хордой, проведенной в точку касания  $∠ОАВ=90^{0}$ О А $∠CAB=\frac{1}{2}\breve{AC}$ С В  |
| 6 |  Свойство суммы углов треугольника$∠A+∠B+∠C=180^{0}$ A  B C | 13 | Сумма углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне A B$∠A+∠B=180^{0}$ D C | 20 | Измерение угла между секущими A$∠ABC=\frac{1}{2}\left(\breve{AC}-\breve{DE}\right)$ D B E C |
| 7 |  Свойство внешнего угла треугольника B$∠DCB=∠CAB+∠ABC$  D C A | 14 |  Сумма углов трапеции, прилежащих к боковой стороне $∠A+∠B=180^{0}$ B C  A D | 21 | Следствие из теорем синусов и косинусов А$\sin(A=\frac{a}{2R})$ c b$\cos(A=\frac{b^{2}+c^{2}-a^{2}}{2bc})$ B a C |

 ***Памятка для нахождения величин углов***

Величина угла между…

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | лучами | гранями | векторами |
|  BA O$$∠AOB=φ$$ |   A  α O B c β$$∠αcβ=∠AOB=φ$$ | A $\vec{a}$ O $\vec{b}$ B$$\hat{\begin{matrix}\vec{a}&\vec{b}\end{matrix}}=∠AOB=φ$$ |
| $$0^{0}\leq φ\leq 180^{0}$$ |
| 2 | прямыми | плоскостями | прямой и плоскостью |
|  b A O  a B$$\hat{\begin{matrix}a&b\end{matrix}}=∠AOB=φ$$ |  A  O B β  c α $$\hat{\begin{matrix}α&β\end{matrix}}=∠AOB=φ$$ |  A B α O a$$\hat{\begin{matrix}a&α\end{matrix}}= ∠AOB=φ$$ |
| $$0^{0}<φ\leq 90^{0}$$ |

**Формулы метода координат**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | В плоскости  | В пространстве |
| 1 | Разложение вектора по координатным векторам | $$\vec{a}=x \vec{i} +y \vec{j}$$ | $$\vec{a}=x \vec{i} +y \vec{j}+z \vec{k}$$ |
| 2 | Координаты вектора | $$\vec{a} \left\{x;y\right\}$$ | $$\vec{a} \left\{x;y;z\right\}$$ |
| 3 | Координаты $\frac{суммы}{разности}$ двух векторов | $\vec{a} \left\{x\_{1};y\_{1}\right\} $ $\vec{b}\left\{x\_{2 }; y\_{2}\right\}$$$\vec{a}\pm \vec{b} \left\{x\_{1}\pm x\_{2} ;y\_{1}\pm y\_{2}\right\}$$ | $\vec{a} \left\{x\_{1};y\_{1 };z\_{1}\right\} , $ $\vec{b}\left\{x\_{2 }; y\_{2};z\_{2}\right\}$$$\vec{a}\pm \vec{b} \left\{x\_{1}\pm x\_{2} ;y\_{1}\pm y\_{2};z\_{1}\pm z\_{2}\right\}$$ |
| 4 | Координаты умножения вектора на число | $\vec{a} \left\{x;y\right\}$ , $k \vec{a} \left\{kx;ky\right\}$ | $\vec{a} \left\{x;y;z\right\}$ , $\vec{ka} \left\{kx;ky;kz\right\}$  |
| 5 | Координаты вектора по координатам его конца и начала | $A\left\{x\_{1}; y\_{1}\right\}$ , $B\left\{x\_{2}; y\_{2}\right\}$$$\vec{AB}\left\{x\_{2}-x\_{1}; y\_{2}-y\_{1}\right\}$$ | $A\left\{x\_{1}; y\_{1};z\_{1}\right\}$ , $B\left\{x\_{2}; y\_{2};z\_{2}\right\}$$$\vec{AB}\left\{x\_{2}-x\_{1}; y\_{2}-y\_{1}; z\_{2}-z\_{1}\right\}$$ |
| 6 | Длина вектора по его координатам | $\vec{a} \left\{x;y\right\}$ , $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{x^{2}+y^{2}}$ | $\vec{a} \left\{x;y;z\right\}$ , $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{x^{2}+y^{2}+z^{2}}$ |
| 7 | Длина вектора по координатам его конца и начала, расстояние между точками | $A\left\{x\_{1}; y\_{1}\right\}$ , $B\left\{x\_{2}; y\_{2}\right\}$$$AB=\left|\vec{AB}\right|=\sqrt{\left(x\_{2}-x\_{1}\right)^{2}+\left(y\_{2}-y\_{1}\right)^{2}}$$ | $A\left\{x\_{1}; y\_{1};z\_{1}\right\}$ , $B\left\{x\_{2}; y\_{2};z\_{2}\right\}$$$AB=\left|\vec{AB}\right|=\sqrt{\left(x\_{2}-x\_{1}\right)^{2}+\left(y\_{2}-y\_{1}\right)^{2}+\left(z\_{2}-z\_{1}\right)^{2}}$$ |
| 8 | Координаты середины отрезка | $A\left\{x\_{1}; y\_{1}\right\}$ , $B\left\{x\_{2}; y\_{2}\right\}$ ; $C\left\{x;y\right\}$$AC=CB$ , $x=\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2} ;y=\frac{y\_{1}+y\_{2}}{2}$ | $A\left\{x\_{1}; y\_{1};z\_{1}\right\}$ , $B\left\{x\_{2}; y\_{2};z\_{2}\right\}$ ; $C\left\{x;y;z\right\}$$AC=CB$ , $x=\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2} ;y=\frac{y\_{1}+y\_{2}}{2};z=\frac{z\_{1}+z\_{2}}{2}$ |
| 9 |  Уравнения  | Прямой $$ax+by+c=0$$ |  Плоскости $$ax+by+cz+d=0$$ |
| 10 | Уравнения c центром в начале координат | Окружности c радиусом r$O\left(0;0\right)$ - центр $$x^{2}+y^{2}=r^{2}$$ | Сферы c радиусом r$O\left(0;0;0\right)$ - центр $$x^{2}+y^{2}+z^{2}=r^{2}$$ |
| 11 | Уравнения c центром не в начале координат | Окружности c радиусом r$A\left(x\_{0};y\_{0}\right)$ - центр $$\left(x-x\_{0}\right)^{2}+\left(y-y\_{0}\right)^{2}=r^{2}$$ | Сферы c радиусом r$A\left(x\_{0};y\_{0};z\_{0}\right)$ - центр  $\left(x-x\_{0}\right)^{2}+\left(y-y\_{0}\right)^{2}+\left(z-z\_{0}\right)^{2}=r^{2}$ |
| 12 | Скалярное произведение векторов | $$\vec{a}∙\vec{b}=\left|\vec{a}\right|∙\left|\vec{b}\right|\cos(\hat{\begin{matrix}\vec{(a}&\vec{b}\end{matrix}}))$$$\vec{a} \left\{x\_{1};y\_{1 }\right\} ,$ $\vec{b}\left\{x\_{2 }; y\_{2}\right\}$$$\vec{a}∙\vec{b}=x\_{1}x\_{2}+y\_{1}y\_{2}$$ | $$\vec{a}∙\vec{b}=\left|\vec{a}\right|∙\left|\vec{b}\right|∙\cos(\left(\hat{\begin{matrix}\vec{a}&\vec{b}\end{matrix}}\right))$$$\vec{a} \left\{x\_{1};y\_{1 };z\_{1}\right\} ,$ $\vec{b}\left\{x\_{2 }; y\_{2};z\_{2}\right\}$$$\vec{a}∙\vec{b}=x\_{1}x\_{2}+y\_{1}y\_{2}+z\_{1}z\_{2}$$ |
| 13 | Косинус угла между векторами | $\vec{a} \left\{x\_{1};y\_{1 }\right\} ,$ $\vec{b}\left\{x\_{2 }; y\_{2}\right\}$$$\cos(α)=\frac{x\_{1}x\_{2}+y\_{1}y\_{2}}{\sqrt{x\_{1}^{2}+y\_{1}^{2}}\sqrt{x\_{2}^{2}+y\_{2}^{2}}}$$ | $\vec{a} \left\{x\_{1};y\_{1 };z\_{1}\right\} ,$ $\vec{b}\left\{x\_{2 }; y\_{2};z\_{2}\right\}$$$\cos(α)=\frac{x\_{1}x\_{2}+y\_{1}y\_{2}+z\_{1}z\_{2}}{\sqrt{x\_{1}^{2}+y\_{1}^{2}+z\_{1}^{2}}\sqrt{x\_{2}^{2}+y\_{2}^{2}+z\_{2}^{2}}} $$ |