МОУ «Бессоновская средняя общеобразовательная школа

Белгородского района Белгородской области»

Организация повторения при подготовке к государственной итоговой аттестации выпускников основной школы по математике по учебнику Мерзляк А.Г. и др.

Учитель математики Борис Г.И.

Август 2014 года.

Сегодня математическая культура – это часть общекультурного уровня любого человека. Основная задача обучения математике в школе заключается в обеспечении прочного и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности. Для выпускников 9 х классов очень важно овладеть определенным математическим аппаратом, который позволил бы им продолжить дальнейшее обучение в школе или в другом намеченном учебном заведении; осуществлять хотя бы простейший количественный анализ информации и успешно завершить курс основной школы, сдав экзамен по математике в формате ГИА на положительную оценку.

Сдача выпускниками основной школы экзамена по математике в новой форме и выпускниками средней школы - в форме ГИА и ЕГЭ поставила перед учителями ряд вопросов: Как обучать в новых условиях? Как организовать свой урок так, чтобы учащиеся после экзамена получали удовлетворение, а не говорили, что «мы таких задач не решали»? Очень актуальны слова Л.Г. Петерсон: «Сегодня ценность является не там, где мир воспринимается по схеме «знаю – не знаю, умею – не умею, владею – не владею», а где есть тезис «ищу и нахожу, думаю и узнаю, тренируюсь и делаю». На первый план выходит личность ученика, его отношение к миру, способность к культурному общению и рефлексии, адекватной самооценке и саморазвитию, нацеленность на созидание и добро».

Каким должен быть современный урок? Это прежде всего интересный урок. Лишь при этом можно поддерживать высокую мотивацию и эмоциональную окраску урока. Это и продуманная структура урока, и логика изучения нового материала, и разнообразие дидактического материала, и организация работы учащихся, и постоянные поиски форм и методов преподавания, и техническое оснащение урока.

В чем заключается подготовка к этому тестированию и как эффективнее ее провести? Не будем искать легких путей, а рассмотрим ситуацию, когда класс средний. Многие ученики пришли из начальной школы с плохим знанием таблицы умножения, таблицы сложения и вычитания в пределах 20.Что это значит для дальнейшего обучения, понимают все учителя математики. Экзамен по алгебре - это итог работы и ученика, и учителя на протяжении пяти лет обучения в школе, и подготовка к нему является важной составляющей учебного процесса. Все выпускники девятого класса нашей школы сдают малое ЕГЭ по алгебре с первых дней введения этой формы. И поэтому я начинаю целенаправленно готовить учащихся к такому виду экзамена еще с 5 класса, введя тестовые задания в работы учащихся. Работая последние года в среднем звене школы, принимая учащихся в 5 класс от разных учителей начальных классов, ребят с низким темпом продвижения в обучении, испытывающих затруднения при усвоении нового материала, имеющих существенные пробелы в знаниях, я была вынуждена решать сложную педагогическую задачу: достижения всеми учениками уровня обязательных результатов обучения. В этих условиях ориентация на максимум усвоения учебного материала приводит к заметной перегрузке более слабых учащихся. Они находятся в дискомфортном положении не справляющихся с учёбой; развивается чувство собственной неполноценности, которое по законам психологии требует вытеснения, поиска удовлетворения в других сферах. Выход из этой ситуации в осуществлении дифференцированного подхода к обучению учащихся на основе явного выделения уровня математической подготовки, обязательного для каждого ученика школы. Следует иметь в виду, что ограничение требований к части учащихся связанное с ориентацией на обязательный минимум знаний, вовсе не означает ослабление учебной дисциплины или снижения требовательности к сильным учащимся. Скорее, выделение элементарного уровня овладения математическими умениями позволяет формировать умения применять известные способы и приёмы решения задач в усложнённых и новых ситуациях, а также поднимать уровень, соответствующий повышенным оценкам, естественным образом.

 С чего начинать? В начале пути подготовки к ГИА необходимо определить ожидаемые результаты сдачи ГИА а также выявить остаточные знания каждого ученика. В начале каждого учебного года в 5-9 классах провожу входные мониторинговые контрольные работы для выявления остаточных знаний учащихся. В начале 9 класса осуществляю опрос учащихся и родителей: «Каких результатов вы ожидаете от сдачи ГИА по математике?». По остаточным знаниям детей и по результатам опроса в классе выделяю три группы, объединённые общей целью. При этом учащиеся знают, что по мере усвоения материала они могут переходить в следующую по уровню подготовки группу.   
К первой группе отношу учащихся, которые ставят перед собой цель – преодоление минимального рубежа. Ко второй группе – учащиеся, которые планируют получить не очень высокие баллы, но достаточные для поступления в десятый класс нашей школы или другое намеченное учебное заведение. И, наконец, к третьей группе – учащиеся, которые планируют получение высоких баллов, необходимых для поступления в учебные заведения, предъявляющие высокие требования к уровню математической подготовки.   
Вторым этапом по подготовке к итоговой аттестации провожу с каждой группой учащихся *входные диагностические работы с целью выявления сильных и слабых областей математической подготовки каждого учащегося.*После полного анализа диагностических работ выстраиваю целенаправленные пути подготовки к итоговой аттестации для каждой группы учащихся.   
Для работы с *первой группой*  необходимо для каждого учащегося прорабатывать и закреплять его сильные области математической подготовки, при этом постепенно подключать задания на усиление слабых областей, число отрабатываемых заданий должно постепенно увеличиваться.   
  
С учащимися*второй группы* нужно прорабатывать все задания из модуля «Реальная математика» а также задания первой части модулей «Алгебра» и «Геометрия». Закреплять и отрабатывать как сильные, так и слабые области математической подготовки.   
Для учащихся *третьей группы*, как и для учащихся второй группы необходимо добиваться устойчивых результатов по работе с задачами первой части всех трех модулей и заданий второй части, исходя из возможностей учащегося.   
Чтобы достичь хороших результатов на каждом уроке провожу обязательный устный счет, обучающие самостоятельные работы, тесты. В 6 классе учащиеся должны хорошо усвоить тему с положительными и отрицательными числами, в 7- м – хорошо изучить формулы сокращенного умножения, в 8 –м- решение квадратных уравнений. Это глобальные темы, которые нельзя запускать. В 7-8 классах ребята решают тематические тесты по окончании каждой темы, которые подготовлены в учебниках алгебры и геометрии авторов Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С., которые позволяют им выяснит уровень усвоения темы. Знакомство учащихся с алгоритмами решения задач осуществляется на уроке – лекции. Дальнейшая отработка выполняется на практических занятиях при различных формах работы (фронтальной, групповой, индивидуальной). В целях оперативного контроля за усвоением алгоритма очень часто (каждый урок или через урок) провожу небольшие самостоятельные работы, цель которых – не выставление оценок, а выявление тех учащихся, которые что-то не поняли. Этим ребятам оказывается оперативная помощь консультантами или объясняю ещё раз, вызывая к доске. При организации работы в группах, часть учащихся получает задания, направленные на достижение обязательных результатов обучения, причём, некоторые имеют перед собой образец выполнения задания, а другие – только алгоритм, более сильные учащиеся получают задания на продвинутом уровне. На таком уроке моя работа сосредоточена на более слабых учениках, в сильной группе, как правило, всегда коллективными усилиями находят верное решение, самостоятельно применяя знания и приёмы деятельности в новой ситуации. Оценивая учащихся, не спешу выставлять оценки в журнал, всегда даю возможность получить более высокую отметку и обязательно поправить "двойку”, для этого ученик должен сделать работу над ошибками самостоятельно или с помощью консультантов (с моей помощью), а затем решить аналогичное задание на уроке.   
Главное, что со временем ребята перестают бояться "двоек”, смелее задают вопросы, справляются с задачами обязательного уровня. Обстановка на уроке доброжелательная, спокойная.   
Обучение алгоритмам даёт возможность достичь обязательного уровня обучения наиболее слабым учащимся и не может привести стандартизации мышления и подавлению творческих сил детей, так как выработка различных автоматизированных действий (навыков) – необходимый компонент творческого процесса, без них он просто невозможен.   
Обучение алгоритмам не сводится к их заучиванию, оно предполагает и самостоятельное открытие, построение и формирование алгоритмов, а это и есть творческий процесс. Наконец, алгоритмизация охватывает далеко не весь учебный процесс, а лишь те его компоненты, где она является целесообразной. Система алгоритмов – программ позволяет в определённой мере автоматизировать учебный процесс на этапе формирования навыков в решении типовых задач и создаёт широкие возможности для активной самостоятельной работы учащихся.

 В 9 классе разрабатываю  систему подготовки учащихся к экзамену за курс основной школы.В календарно-тематическое планирование уроков алгебры за 9-й класс вношу темы, которые нужно повторить

- основное свойство пропорции;

- задачи на составлении и решение пропорций;

-задачи на проценты;

- формулы сокращенного умножения;

- выражения и их преобразования

- уравнения и системы уравнений;

- неравенства и системы неравенств;

- арифметическая и геометрическая прогрессии.

Повторение провожу как на уроках, так и после уроков через системные консультации. На уроке, создав микроклимат в классе, отрабатываю алгоритмизацию действий; удерживая интерес учащихся к предмету, формирую мотивацию к обучению. Учащиеся хорошо усваивают обязательный минимум материала по математике, если пользуются методическими приемами:

- решение задач по образцу;

- рассмотрение различных подходов к решению одной и той же задачи;

- составление опорных схем и применение других наглядных средств обучения;

- правильный подбор тематики и уровня задач, придание им занимательной формы;

- использование соревнования, к которому побуждают следующие вопросы учителя: ,, Как решить быстрее?”,  ,, У кого решение получилось самое короткое?”. ,, Самое простое?”.

Провожу тематический контроль с помощью тестирования, соблюдая правила организации работы с тестами:

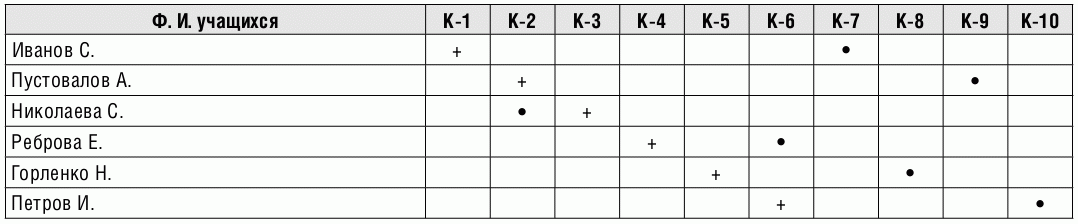
- учащиеся делают записи в картах ответов;

- учитель дает инструктаж,  как правильно заполнить карту;

- время выполнения и нормы оценок должны быть объяснены ученику заранее.

**Таблица 2**   
**Таблица учета выполнения индивидуальных заданий**

учащихся \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ класса

[](http://www.menobr.ru/upload/images/menobr/02.gif)   
Ученик может выполнять не все индивидуальные задания, а какой-то заранее определенный набор, чтобы охватить всю программу, которую повторяет. Например, Иванов С. будет выполнять задания № 1, 3, 7, 10; Петров А. – задания № 2, 6, 8, 10. Номера заданий у разных учащихся могут совпадать, иногда это даже желательно. Могут совпадать и целые наборы. После выполнения необходимого перечня индивидуальных заданий ученик приступает к следующему этапу деятельности, например выполняет контрольную работу.   
Для отработки элементарных знаний и умений (формул, определений, фактов, вычислительных, орфографических действий, таблицы умножения, “словарных” слов и т. п.) можно использовать методику взаимотренажа. Для этого требуется подготовить дидактический материал – карточки с точными заданиями или вопросами, требующими однозначного ответа. Также в карточках должен содержаться правильный ответ. Комплект карточек может быть по одной теме или по разным. Для удобства карточки нумеруются.   
На подобных учебных занятиях учитель в основном выполняет контролирующие функции: принимает зачеты, проверяет правильность выполнения самостоятельных работ, при необходимости консультирует и обучает учащихся. При обучении учитель использует фронтальную, индивидуальную форму обучения, работу в малых группах. У каждого вида работы свое предназначение: при фронтальной работе или работе в малой группе рассматриваются общие подходы, методы выполнения заданий; при индивидуальной работе осуществляется “доучивание” – ликвидация пробелов в знаниях.

 На уроках использую карточки-консультанты, с помощью которых повторять изученный материал. В них содержатся все условные моменты изучаемой темы, а так же алгоритм решения заданий

КАРТОЧКА-КОНСУЛЬТАНТ ПО ТЕМЕ

«СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ»

            Система линейных уравнений:

Способы ее решения

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Графический способ | Способ подстановки | Способ сложения |
| 1. В каждом уравнении выразить у через х  2. Построить график функции каждого уравнения  3. Определить координаты точки пересечения | 1. Из какого-либо уравнения  выразить одну переменную через другую.  2. Подставить полученные выражения и решить его.  3. Подставить найденное значение переменной и вычислить значение второй переменной. | 1. Уравнять модули коэффициентов какой-либо переменной.  2. Сложить ( вычесть) получено уравнения системы.  3. Составить новую систему: одно уравнение новое: другое одно из старых.  4. Решить новое уравнение и найти значение одной переменной.  5. Подставить значение найденной переменной в старое уравнение и найти значение другой переменной. |

Ответ:  х =\_\_\_\_\_\_\_ ;   у =\_\_\_\_\_\_\_

В работе со слабоуспевающими детьми использую целый арсенал карточек ,, Работай по образцу!” , которые позволяют отработать алгоритм разнообразных действий и математических  операций.

                              Задания по образцу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 выражение | 2 выражение | Произведение разности этих выражений на их сумму | Разность квадратов этих выражений |
| с  3у  0,5 х  ав | х  5в  2у  2с | ( с − х) (с + х)  (3у - 5в) (3у + 5в) | С2 − х2  9у2- 25в2 |

Слабоуспевающие учащиеся выполняют задания с пропусками. Пропускаются ключевые слова, правильное запоминание которых свидетельствует о понимании материала.

Задания с пропусками.

Квадратные корни.

1. .Квадратным корнем из числа а называют число, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ равен а.
2. При любом **а**, при котором выражение   имеет смысл, верно равенство ()2 = \_\_\_.
3. Арифметическим квадратным  корнем из числа а называется \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ , квадрат которого равен \_\_\_\_\_\_.
4. Выражение имеет смысл при \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .
5. Корень из произведения неотрицательных  множителей равен\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ корней из этих множителей.
6. = , если а \_\_\_\_; b>0.

Использовать тематические таблицы по разным разделам школьного курса. В каждой таблице кратко изложена теория конкретного вопроса ( определения, теоремы, следствия, формулы); приводятся рисунки , графики, а так же примеры решения наиболее принципиальных задач.

Таблицы помогают систематизировать знания, быстро и полно повторить основные моменты той или иной темы.

**Таблица. Квадратные корни**.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Определение арифметического корня*** | = 4, т.к. 4 > 0, 42 = 16;   ≠ 7, т.к. 72 ≠ 25;   ≠ −5, т.к. −5 < 0;   не определён. | 2<< 3;  0,8<< 0,9. |
| Тождества | Основные свойства |  |
|  |  |  |

Провожу уроки обобщения и систематизации знаний. Без уроков обобщения  и систематизации знаний, называемых также уроками обобщающего повторения, нельзя считать процесс повторения учащимися учебного материала завершенным. Основное назначение этих уроков заключается в усвоении  учащимися связей и отношений между понятиями, теориями, в формировании целостного представления у учащихся об изученном материале, его значимости и применения в конкретных условиях. Обобщение и повторение ориентированны на то, чтобы учащиеся успешно сдали экзамены по математике. Приведу пример обобщающего повторения по теме: «Неравенства и система неравенств.

Тема урока:**Подготовке к ГИА  по  теме «Неравенства и система неравенств».**

Тип урока: Урок обобщения и систематизации знаний

Цели урока:

*Образовательные:*а). Обобщение и систематизация знаний учащихся по теме «Неравенства и система неравенств».

б) Проверка знаний учащихся в ходе самостоятельной работы.

*Развивающие:*а) Развивать навыки реализации теоретических знаний в практической деятельности.

*Воспитывающие:* а). Воспитание умения работать самостоятельно.

б). Воспитание умения выдерживать регламент времени, отведенного на решение каждого задания.

Знания, умения, навыки и качества, которые приобретут, закрепят ученики в ходе урока:

Знать и понимать алгебраическую трактовку отношений «больше» и «меньше» между числами; знать и применять свойства числовых неравенств;

Знать и понимать термины «решение неравенства с одной переменной», «решение системы неравенств с одной переменной»;

Решать линейные неравенства с одной переменной и их системы;

Находить множество решений квадратного неравенства с одной переменной, опираясь на графическое изображение.

Необходимое оборудование и материалы: Компьютер, видеопроектор

Ход и содержание урока

**1. Мотивация учащихся**

а)  Приветствие учащихся, проверка их готовности к уроку.  
б)  Сообщение темы урока: «Подготовка к ГИА. Неравенства и система неравенств». [Слайд 1. Презентация 1.](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F%201%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0.ppt)  
в)  Сообщение целей урока и плана урока

Г) познакомить учащихся с направлениями данного блока. [Слайд 2. презентация1](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F%201%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0.ppt)

**2.  Повторение теоретического материала блока**

*Учитель:* Сейчас устно повторим:

- что такое числовое неравенство [Слайд 3. Презентация1](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F%201%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0.ppt)

- Свойства числовых неравенств. [Слайд 4. Презентация1](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F%201%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0.ppt)

**3**. **Работа с опорным конспектом в парах с тестами**

*Учитель:*предлагаю  поработать в парах с заданиями подобранными из сборника  заданий для подготовки к итоговой аттестации. [Слайд 5,6,7,8. Презентация1](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F%201%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0.ppt)

После чего сверяем и обсуждаем выполненные задания

*Учитель:* Устно повторим:

-Что такое неравенство [Слайд 9. Приложение1](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F%201%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0.ppt)

-Основные правила при решении неравенств [Слайд 10,11,12. Презентация1](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F%201%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0.ppt)

-Пример решения неравенства  [Слайд 13. Презентация1](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F%201%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0.ppt)

-Алгоритм решения квадратного неравенства [Слайд 14,15,16. Презентация1](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F%201%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0.ppt)

-Решаем систему неравенств [Слайд 17. Презентация1](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F%201%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0.ppt)

*Учитель:*предлагаю  поработать в парах с заданиями подобранными из сборника  заданий для подготовки к итоговой аттестации. [Слайд 18,19,20,21. Презентация1](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F%201%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0.ppt)

4. **Практикум по решению неравенств в форме теста**

Провести обучающую самостоятельную работу в форме теста. [(Тест)](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%A2%D0%B5%D1%81%D1%82%20%D0%9F%D1%80%D0%B8%D0%BB%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5.doc) Самостоятельная работа предлагается в одном варианте, чтобы хватило времени на  проверку и анализ выполненной работы.  Настроить надо учащихся, что работа это проводится не для того чтобы кому-то поставить плохую оценку, а для того чтобы выяснить, кто как понял и кому надо еще потренироваться над данной темой.

**5. Проверка и оценивание ЗУНов**

**Итоги выполнения теста, анализ каждого задания.**

Для проверки теста предлагается презентация [Презентация2](http://u4eba.net/sbornikidei/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F%202%20%D0%A2%D0%B5%D1%81%D1%82%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0%20%D0%B8%20%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%20%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2.ppt) с тем же тестом, проверяется совместно и каждый подводит итог,  сколько у него баллов.

**6. Домашнее задание**

На сайте www.mathgia.ru единого банка заданий по ГИА, решать тематический тест «Неравенства». Подготовиться к проверочной самостоятельной работе

Литература:

1.  Кузнецова Л.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А., Колесникова Т.В., Рослова Л.О. Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе. М., Просвещение,  2009;

2.  Мерзляк А.Г. , Полонский В.Б., Якир М.С. «Алгебра 9» -М.: Вентана-Граф,2014;

3. ГИА 2010. Алгебра: тематические тренировачные задания: 9 класс/ Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович.- М.: Эксмо, 2010

Используемые источники:

1. Алгебра: сб. заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл./ [Л. В. Кузнецова, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др.]. М.: Просвещение, 2007.
2. Учебно-методическая газета Математика 2005 г., №№ 18,19, 20, 21, 22, 23;2007 г. №№ 18, 19;  2008 г. №№11, 12.
3. Программы  общеобразовательных учреждений. Алгебра 7-9.  Москва.             Просвещение. 2008 г. Составитель: Бурмистрова Т. А.

«Решение текстовых задач».

**Вопросы:**

1. [Простые задачи на пропорцию.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
2. [Сложные задачи на пропорцию.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
3. [Тест№1.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
4. [Нахождение числа по его процентам.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
5. [Нахождение процентного отношения.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
6. [Тест №2.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
7. [Сложные задачи на проценты. Задание.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
8. [Задачи на джвижение по реке.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
9. [Задачи на движение.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
10. [Тест №3.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
11. [Тест №4.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
12. [Задачи на умножение и деление натуральных чисел.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
13. [Задачи на части.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
14. [Задачи на совместную работу.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
15. [Решение задач с помощью уравнений.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
16. [Тест №5.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)
17. [Разные задачи. Вопросы и задания.](http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/10/19/statya-organizatsiya-povtoreniya-v-9-klasse-pri-podgotovke-k)

**Простые задачи на пропорцию**

*Первые задачи предполагают получение ответа с опорой на опытные представления учащихся, они нацелены на повторение понятий прямой и обратной пропорциональности.*

*При решении первых задач полезно подчеркнуть, что стоимость покупки определяется по формуле*

стоимость = цена • количество,

и проследить, как при увеличении (уменьшении) од ной величины в несколько раз изменяется вторая ве личина при неизменной третьей.

1°. За несколько одинаковых карандашей запла тили 8 р. Сколько нужно заплатить за такие же ка рандаши, если их купили в 2 раза меньше?

2°. За несколько одинаковых карандашей запла тили 8 р. Сколько нужно заплатить за такое же коли чество карандашей, каждый из которых в 2 раза до роже?

3°. Имеются деньги на покупку 30 карандашей. Сколько тетрадей можно купить на те же деньги, если тетрадь дешевле карандаша в 2 раза?

1. Велосипедист за несколько часов проехал 36 км. Какое расстояние пройдет за то же время пешеход, скорость которого в 3 раза меньше скорости велоси педиста?
2. Некоторое расстояние велосипедист проехал за 3 ч. За сколько часов это расстояние проедет мотоциклист, скорость которого в 5 раз больше скорости велосипедиста?

*Перейдем к решению задач с помощью пропор ций. Первая из них содержит целые значения вели чин, отношение которых тоже целое число.*

6. За 6 ч поезд прошел 480 км. Какой путь про шел поезд за первые 2 ч, если его скорость была по стоянна?

7.        Для варки варенья из вишни на 6 кг ягод берут 4        кг сахарного песку. Сколько килограммов сахарного песку надо взять на 12 кг ягод?

1. В 100 г раствора содержится 4 г соли. Сколько граммов соли содержится в 300 г раствора?

9. Расстояние между двумя городами пассажирский поезд прошел со скоростью 80 км/ч за 3 ч. За сколько часов товарный поезд пройдет то же расстоя ние со скоростью 40 км/ч?

10.         Пять маляров могли бы покрасить забор за 8 дней. За сколько дней покрасят тот же забор 10 маляров?

*В задаче 10, как и во многих других задачах, пред полагается, что все работники трудятся с одинаковой производительностью и не мешают друг другу. Это желательно каждый раз оговаривать, чтобы учащие ся внимательнее относились к такого рода условиям.*

*Чтобы у них не сложилось впечатление, будто за висимость бывает только двух видов — прямой или обратной пропорциональностью, - полезно рассмот реть провокационные задачи, в которых зависимость имеет другой характер.*

11.        1) За 2 ч поймали 12 карасей. Сколько кара сей поймают за 3 ч?

1. Три петуха разбудили 6 человек. Сколько чело век разбудят пять петухов?
2. Когда Вася прочитал 10 страниц книги, то ему осталось прочитать еще 90 страниц. Сколько страниц ему останется прочитать, когда он прочитает 30 страниц?

*Зависимость числа прочитанных страниц книги и числа оставшихся страниц часто принимают за об ратную пропорциональность: чем больше страниц прочитано, тем меньше осталось прочитать. Обратите внимание детей на то, что увеличение одной и умень шение другой величины происходит не в одно и то же число раз.*

*Рассмотрим задачу, в которой зависимость между величинами часто принимают за прямую пропорцио нальность и считают верным ответ «за 4 недели».*

12\*. Пруд зарастает лилиями, причем за неделю площадь, покрытая лилиями, удваивается. За сколь ко недель пруд покрылся лилиями наполовину, если полностью он покрылся лилиями за 8 недель?

*Так как за неделю площадь, покрытая лилиями, удваивается, то за неделю до того, как пруд полно стью покрылся лилиями, его площадь была ими по крыта наполовину. То есть пруд покрылся лилиями наполовину за 7 недель?*

1. 8 м сукна стоят столько же, сколько стоят 63 м ситца. Сколько метров ситца можно купить вместо 12 м сукна?
2. *(Старинная задача.)*В жаркий день 6 косцов выпили бочонок кваса за 8 ч. Нужно узнать, сколько косцов за 3 ч выпьют такой же бочонок кваса?
3. *(Из «Арифметики» АЛ. Киселева?)*8 аршин сукна стоят 30 р. Сколько стоят 15 аршин этого сукна?
4. Грузовой автомобиль со скоростью 60 км/ч проехал расстояние между городами за 8 ч. За сколько часов то же расстояние проедет легковой автомобиль со скоростью 80 км/ч?
5. Автомобилист заметил, что со скоростью 60 км/ч он проехал мост через реку за 40 с. На обратном пути он проехал мост за 30 с. Определите скорость автомобиля на обратном пути.
6. Две шестеренки сцеплены зубьями. Первая, имеющая 60 зубьев, за минуту делает 50 оборотов. Сколько оборотов за минуту делает вторая, имеющая 40 зубьев?

Рассмотренных выше задач вполне достаточно, чтобы учащиеся научились различать прямую и об ратную пропорциональность, составлять пропорции] и решать их.

1. *(Из «Арифметики» А.П. Киселева.)*8 человек рабочих оканчивают некоторую работу в 18 дней; сколько дней окончат ту же работу 9 человек, работая так же успешно, как и первые?

20\*. *(Старинная задача.)*Десять работников должны кончить работу в 8 дней. Когда они проработали 2 дня, то оказалось необходимым кончить работу через 3 дня. Сколько еще нужно нанять работников?

1. *(Из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого.)*Некий господин позвал плотника и велел двор построить.  Дал ему 20 человек работников и спросил, в сколько дней построят они его двор.  Плотник ответил: в 30 дней. А господину надобно в 5 дней построить, ня ради того спросил он плотника: сколько человек тебе надо иметь, дабы с ними ты построил двор в 5 дней; и я плотник, недоумевая, спрашивает тебя, арифметик: сколько человек ему надо иметь, чтобы построить тот двор в 5 дней?

22\*. *(Старинная задача.)*Взяли 560 человек сол дат корма на 7 месяцев, а приказано им на службе быть 10 месяцев; и захотели людей от себя убавить, чтобы корма хватило на 10 месяцев. Спрашивается, сколько человек надо убавить.

1. *(Старинная задача.)*Одна артель плотников, состоящая из 28 человек, может построить дом в 54 дня, а другая — из 30 человек — в 45 дней. Какая артель работает лучше?

Завершая разговор о задачах, решаемых с помо щью пропорций, надо привести пример задачи, кото рая не решается «по-старому»

.

24.        Некоторое расстояние пассажирский поезд проходит за 3 ч, а скорый поезд — за 2 ч. Однажды эти поезда одновременно вышли навстречу друг другу из двух городов. Пассажирский поезд прошел 120 км до встречи со скорым. Сколько километров прошел скорый поезд до встречи с пассажирским?

*Здесь нельзя 120 км делить на 3 ч, так как за 3 ч пройдено некоторое другое расстояние. Запишем кратко условие задачи.*

*Время        Расстояние*

*Скорый        2ч        х км*

*Пассажирский        Зч        120 км*

*Первый раз поезда прошли один и тот же путь, при этом скорость обратно пропорциональна време ни, то есть скорость скорого поезда в  раза больше скорости пассажирского.*

*А во второй раз постоянным было время движе ния, при этом расстояние прямо пропорционально скорости, то есть путь, пройденный скорым поездом, в   раза больше пути, пройденного пассажирским поездом.*

*Составим пропорцию  , решив которую получим х = 180. Скорый поезд до встречи с пассажирским прошел 180 км.*

**Сложные задачи на пропорцию**

*Все задачи из данного раздела являются необяза тельными в том смысле, что не нужно добиваться от всех учащихся умения их решать. Используйте их настолько, насколько это будет интересно вашим уча щимся.*

1. Три курицы за 3 дня снесли 3 яйца. Сколько яиц снесут 12 кур за 12 дней?

*Учащиеся очень удивятся, когда узнают, что «оче видный» ответ «12 яиц» неверен.* *Решение первой за дачи из этого раздела лучше разобрать коллективно, быть может, после домашнего обдумывания, записав кратко условие задачи:*

*Кур           Дней          Яиц*

*3 33  
12           12        х*

*В ходе диалога нужно выяснить, во сколько раз уве личилось число кур (в 4 раза); как при этом изменилось число яиц, если число дней не изменилось (увели чилось в 4 раза); во сколько раз увеличилось число дней (в 4 раза); как при этом изменилось число яиц (увели чилось в 4 раза). Число яиц равно: х = 3 • 4 • 4 = 48.*

2. Три маляра за 5 дней могут покрасить 60 окон. Сколько маляров надо поставить на покраску окон, чтобы они за 2 дня покрасили 64 окна?

3. Курсы иностранного языка арендуют в школе помещения для занятий. В первом полугодии за арен ду четырех классных комнат по 6 дней в неделю школа получала 336 р. в месяц. Какой будет арендная плата за месяц во втором полугодии за 5 классных комнат по 5 дней в неделю при тех же условиях?

4. *(Из «Всеобщей арифметики» И. Ньютона.)*Если писец может за 8 дней написать 15 листов, сколь ко понадобится писцов, чтобы написать 405 листов за 9 дней?

5. *(Старинная задача.)*На содержание 45 человек издержано в 56 дней 2040 р. Сколько нужно издержать на содержание 75 человек в продолжение 70 дней?

*Рассмотрим более сложные задачи с четырьмя и даже шестью величинами. Их можно задать в каче стве необязательного домашнего задания наиболее сильным учащимся, которые любят распутывать го ловоломные задачи.*

6. *(Из «Арифметики» АЛ. Киселева.)*Для осве щения 18 комнат в 48 дней издержано 120 фунтов керосина, причем в каждой комнате горело по 4 лам пы. На сколько дней достанет 125 фунтов керосина, если освещать 20 комнат и в каждой комнате будет гореть по 3 лампы?

**7.***(Старинная задача.)*Артель землекопов в 26 человек, работающая машинами по 12 ч в день, может вырыть канал в 96 м длины, 20 м ширины и 12 дм глубины в течение 40 дней. Какой длины ка нал могут вырыть 39 землекопов, работая в течение 80 дней по 10 ч в день, если ширина канала должна быть 10 м, глубина 18 дм?

**Тест 1**

Вариант 1

1. В двух библиотеках было одинаковое количество книг. Через год в первой библиотеке число книг увеличилось на 50%, а во второй – в 2 раза. В какой библиотеке книг стало больше?

**А**. В первой библиотеке

**Б**. Во второй библиотеке

**В**. Книг осталось поровну

**Г**. Для ответа не хватает данных

1. При покупке стиральной машины стоимостью 6500 р. покупатель предъявил вырезанную из газеты рекламу, дающую право на 5% скидки. Сколько он заплатит за машину?

**А**. 325 р.            **Б.**   3250 р.           **В.**   6175 р.        **Г**.    6495 р.

1. На первый курс института может быть принято 180 человек. Число поданных заявлений составило 120%  от количества мест на курсе. Сколько заявлений было подано?

А. 36                Б. 150                      В.  216               Г.  300

1. Уровень воды в реке находился на отметке 2,4 м. В первые часы наводнения он повысился на 5%. Какой отметки при этом достигла вода в реке?

А. 0,12 м          Б. 2,52 м                 В. 3,6 м             Г. 7,4

        Вариант 2

1. В двух библиотеках было одинаковое количество книг. Через год в первой библиотеке число книг увеличилось на 50%, а во второй – в 1,5 раза. В какой библиотеке книг стало больше?

**А**. В первой библиотеке

**Б**. Во второй библиотеке

**В**. Книг осталось поровну

**Г**. Для ответа не хватает данных

1. Плата за коммунальные услуги составляет 800 р. Сколько придется платить за коммунальные услуги после их подорожания на 6%?

А.    48 р.        Б.  480 р.       В.    806 р.           Г. 848 р.

1. В декабре каждому сотруднику предприятия выплатили премию, составившую 130 его месячной заработной платы. Какую премию получил сотрудник, зарплата которого равна 5500 р.?

А. 71500 р.      Б. 7150 р.     В.    5630 р.       Г.  1650 р.

1. Предприятие разместило в банке 5 млн р. под 8% годовых. Какая сумма будет на счету предприятия через год?

А. 13 млн р.                                 В. 5,4 млн р.

Б.  9 млн р.                                  Г.   0,4 млн р.

**Нахождение числа по его процентам**

1. В магазин электротоваров привезли лампочки. Среди них оказалось 16 разбитых лампочек, что составило 2% их числа. Сколько лампочек привезли в  
   магазин?
2. Найдите число, 110% которого равны 33.

1. 60% класса пошли в кино, а остальные 12 человек — на выставку. Сколько учащихся в классе?

*Анализу условий задач на проценты помогают схематические рисунки, «подсказывающие» в иных случаях последовательность шагов, приводящих к решению. Например, при решении задачи 50 сначала естественно узнать число процентов, приходящихся на 12 человек.*

     4. Цена товара повысилась на 30% и составляет теперь 91 р. Сколько стоил товар до повышения цены?

5. Завод запланировал выпустить 10 000 машин. План перевыполнили на 2%. Сколько машин завод выпустил сверх плана? Сколько машин выпустил за  вод?

*Задачу 5 лучше решить двумя способами. Снача ла отвечая на поставленные вопросы:*

1. *10 000 • 0,02 = 200 (маш.);*
2. *10 000 + 200 = 10 200 (маш.),*

*потом задав дополнительные вопросы:*

*—        На сколько процентов завод выполнил план?*

*-        На 100 + 2 = 102 (%).*

*—        Сколько машин приходится на 102% ?*

* *10 000-1,02 = 10200 (маш.)*

1. Трава при сушке теряет 80%  своей массы. Сколько тонн сена получится из 4 т свежей травы? Сколько тонн травы нужно накосить, чтобы насушить 4 т сена?
2. *100 - 80 = 20 (%) — массы травы составляет масса сена;*
3. *4 • 0,2 = 0,8 (т) — сена получится из 4 т травы;*
4. *4 : 0,2 = 20 (т) — травы надо накосить.*
5. Цена альбома была снижена сначала на 15%, потом еще на 15 р. Новая цена альбома после двух снижений 19р. Определите его первоначальную цену.
6. 15 + 19 = 34 (р.) — стоил альбом до второго  
   снижения цены;
7. 100 - 15 = 85 (%) — приходится на 34 р.;

3)          = 40 (р.) — стоил альбом первоначально.

1. Сложили три числа. Первое составило 25% суммы, а второе — 40%. Найдите третье число, если оно на 45 меньше второго.
2. 100 - 25 - 40 = 35 (%) — суммы приходится  
   на третье число;
3. 40 — 35 = 5 (%) — суммы приходится на 45;

3)  = 315 — третье число.

1. 30% класса и еще 5 человек пошли в кино, а 3 оставшиеся — класса и еще 8 человек — на экскурсию. Сколько человек в классе?
2. Одна треть рабочих предприятия имела отпуск летом, 35% остальных рабочих отдыхали осенью и еще 2314 человек отдыхали зимой и весной. Сколько рабочих на предприятии?
3. При продаже товара на 693 р. получено 10% прибыли. Определите себестоимость товара.

**Нахождение процентного отношения**

Решая задачи из этого раздела, учащиеся должны освоить одну простую идею: чтобы найти процентное отношение двух чисел, т.е. сколько процентов первое число составляет от второго, можно выразить отношение первого числа ко второму в процентах.

Первые задачи такого типа должны быть простыми, то есть отношение чисел должно вы ражаться конечной десятичной дробью.

*Чтобы найти процентное отноше ние двух чисел, можно первое число разделить на второе и результат умножить на 100.*

1. Из 16 кг свежих груш получили 4 кг суше ных. Какую часть массы свежих груш оставляет  масса сушеных? Выразите эту часть в процентах. Сколько процентов массы теряется при сушке?
2. Сколько процентов числа 50 составляет число 40? Сколько процентов числа 40 составляет число 50?
3. Маша прочитала 120 страниц и ей осталось прочитать 130 страниц книги. Сколько процентов всех страниц она прочитала? Сколько процентов всех  стра ниц ей осталось прочитать?
4. В месяце было 12 солнечных и 18 пасмурных дней. Сколько процентов месяца составляют солнеч ные дни? пасмурные дни?

5.  На сколько процентов 50 больше 40? 40 мень ше 50?

50 от 40 составляет , или  % = 125% ;

50 больше, чем 40 на 125 - 100 = 25 (%);

40 от 50 составляет , или  % = 80% ;

40 меньше, чем 50 на 100 - 80 = 20 (%).

6. Цена товара снизилась с 40 р. до 30 р. На сколь ко рублей снизилась цена? На сколько процентов снизилась цена?

*В задаче 6 учащимся бывает трудно определить, какое число принимать за 100% . Нужно обратить их внимание на то число, с которым сравнивают другое число. В этом помогает переформулировка задачи: «На сколько процентов 30 р. меньше, чем 40 р.?». Срав нивают с суммой 40 р., значит, 40 р. — это 100%.*

***Тест 2***

Вариант 1

1. Число дорожно-транспортных происшествий в летний период составило 0,7 их числа в зимний период. На сколько процентов уменьшилось число дорожно-транспортных происшествий летом по сравнению с зимой?

А. На 70%     Б. На 30%          В. На 7%         Г. На 3%

1. Соотнесите дроби, которые выражают доли некоторой величины, и соответствующие им проценты.

А.          Б.              В.  0,08         Г. 0,8

1) 50%        2)  80%        3) 75%         4) 8%

         Вариант 2

1. После уценки телевизора его новая цена составила 0,8 старой. Сколько процентов от старой цены составляет новая?

А. 0,8%           Б. 8%             В. 20%          Г. 80%

1. Соотнесите дроби, которые выражают доли некоторой величины, и соответствующие им проценты.

А.            Б.             В. 0,4           Г.  0,04

1) 40%         2) 25%        3) 80%         4)  4%

**Сложные задачи на пропорцию**

*Все задачи из данного раздела являются необяза тельными в том смысле, что не нужно добиваться от всех учащихся умения их решать. Используйте их настолько, насколько это будет интересно вашим уча щимся.*

1. Три курицы за 3 дня снесли 3 яйца. Сколько яиц снесут 12 кур за 12 дней?

*Учащиеся очень удивятся, когда узнают, что «оче видный» ответ «12 яиц» неверен.* *Решение первой за дачи из этого раздела лучше разобрать коллективно, быть может, после домашнего обдумывания, записав кратко условие задачи:*

*Кур           Дней          Яиц*

*3 33  
12           12        х*

*В ходе диалога нужно выяснить, во сколько раз уве личилось число кур (в 4 раза); как при этом изменилось число яиц, если число дней не изменилось (увели чилось в 4 раза); во сколько раз увеличилось число дней (в 4 раза); как при этом изменилось число яиц (увели чилось в 4 раза). Число яиц равно: х = 3 • 4 • 4 = 48.*

2. Три маляра за 5 дней могут покрасить 60 окон. Сколько маляров надо поставить на покраску окон, чтобы они за 2 дня покрасили 64 окна?

3. Курсы иностранного языка арендуют в школе помещения для занятий. В первом полугодии за арен ду четырех классных комнат по 6 дней в неделю школа получала 336 р. в месяц. Какой будет арендная плата за месяц во втором полугодии за 5 классных комнат по 5 дней в неделю при тех же условиях?

4. *(Из «Всеобщей арифметики» И. Ньютона.)*Если писец может за 8 дней написать 15 листов, сколь ко понадобится писцов, чтобы написать 405 листов за 9 дней?

5. *(Старинная задача.)*На содержание 45 человек издержано в 56 дней 2040 р. Сколько нужно издержать на содержание 75 человек в продолжение 70 дней?

*Рассмотрим более сложные задачи с четырьмя и даже шестью величинами. Их можно задать в каче стве необязательного домашнего задания наиболее сильным учащимся, которые любят распутывать го ловоломные задачи.*

6. *(Из «Арифметики» АЛ. Киселева.)*Для осве щения 18 комнат в 48 дней издержано 120 фунтов керосина, причем в каждой комнате горело по 4 лам пы. На сколько дней достанет 125 фунтов керосина, если освещать 20 комнат и в каждой комнате будет гореть по 3 лампы?

**7.***(Старинная задача.)*Артель землекопов в 26 человек, работающая машинами по 12 ч в день, может вырыть канал в 96 м длины, 20 м ширины и 12 дм глубины в течение 40 дней. Какой длины ка нал могут вырыть 39 землекопов, работая в течение 80 дней по 10 ч в день, если ширина канала должна быть 10 м, глубина 18 дм?

**Задачи на движение по реке**

*Скорости по течению и против течения — суть сумма и разность собственной скорости и скорости течения. Чтобы их найти, нужно применить освоен ный ранее прием нахождения двух величин по их сумме и разности: разность скоростей по течению и против течения равна удвоенной скорости течения.*

1. На путь из пункта *А*в пункт *В*теплоход за тратил 1 ч 40 мин, а на обратный путь — 2 ч. В ка ком направлении течет река?

1. Скорость катера в стоячей воде 18 км/ч. Скорость течения реки 2 км/ч. С какой скоростью будет двигаться катер по течению реки? Против течения?
2. Скорость катера в стоячей воде (собственная скорость) 12 км/ч, а скорость течения реки 3 км/ч. Определите: скорость катера по течению и против течения реки; путь катера по течению реки за 3 ч; путь катера против течения реки за 5 ч.
3. Собственная скорость теплохода 27 км/ч, ско рость течения реки 3 км/ч. Сколько времени затратит теплоход на путь по течению реки между двумя причалами,  если расстояние между ними равно 120 км?
4. Катер, имеющий собственную скорость 15 км/ч, плыл 2 ч по течению реки и 3 ч против течения. Какое расстояние он проплыл за все время, если скорость течения реки 2 км/ч?
5. Расстояние между двумя причалами 24 км. Сколько времени потратит моторная

лодка на путь от одного причала до другого и обратно, если ее собствен ная скорость 10 км/ч, а скорость течения 2 км/ч?

*Приведенную ниже таблицу (с другими числовы ми данными) удобно использовать для проведения самостоятельной работы.*

1. Определите скорости и заполните таблицу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Собственная скорость | Скорость течения реки | Скорость по  течению реки | Скорость против течения реки |
| 1 | *12*км/ч | 4 км/ч |  |  |
| 2 | 25 км/ч |  | 30 км/ч |  |
| 3 | 24 км/ч |  |  | 20 км/ч |
| 4 |  | 5 км/ч | 37 км/ч |  |
| 5 |  | 3 км/ч |  | 16 км/ч |
| 6 |  |  | 54 км/ч | 42 км/ч |

1. Моторная лодка проплыла 48 км по течению за 3 ч, а против течения — за 4 ч. Найдите скорость течения.
2. Скорость течения реки 3 км/ч. На сколько километров в час скорость катера по течению больше его скорости против течения?

**Задачи на движение**

1. Два пешехода одновременно вышли в противоположных направлениях из одного пункта. Скорость первого 4 км/ч, скорость второго *5*км/ч. Какое рас стояние будет между ними через 3 ч? На сколько километров в час пешеходы удаляются друг от дру га? (Эту величину называют *скоростью удаления.)*

2.Из двух сел, расстояние между которыми 36 км, одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода. Их скорости 4 км/ч и 5 км/ч. На сколько километров в час пешеходы сближаются друг с дру гом? (Эту величину называют *скоростью сближения.)*Какое расстояние будет между ними через 3 ч?

1. Два велосипедиста выехали одновременно на встречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 36 км. Скорость первого 10 км/ч, второго 8 км/ч. Через сколько часов они встретятся?
2. 1) Расстояние между двумя городами 900 км.  Два поезда вышли из этих городов навстречу друг другу со скоростями 60 км/ч и 80 км/ч. На каком расстоянии друг от друга были поезда за 1 ч до встре чи? Есть ли в задаче лишнее условие?

2) Расстояние от села до города 45 км. Из села в город вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Через час навстречу ему из города в село выехал велосипедист со скоростью 15 км/ч. Кто из них в момент встречи будет ближе к селу?

3) Два велосипедиста выехали одновременно встречу друг другу из двух сел, расстояние мел которыми 54 км. Скорость первого 12 км/ч, второго 15 км/ч. Через сколько часов они будут находить друг от друга на расстоянии 27 км?

1. Велосипедист и мотоциклист выехали одновременно из одного пункта в одном направлении. Скорость мотоциклиста 40 км/ч, а велосипедиста 12 км/ч. Какова скорость их удаления друг от друга? Через сколько часов расстояние между ними будет 56 км?
2. *(Старинная задача.)*Некий юноша пошел Москвы к Вологде. Он проходил в день по 40 верст. Через день вслед за ним был послан другой юное проходивший в день по 45 верст. Через сколько дней второй догонит первого?
3. *(Старинная задача.)*Из Москвы в Тверь вышли одновременно два поезда. Первый проходил в час 39 верст и прибыл в Тверь двумя часами раньше  
   второго, который проходил в час 26 верст. Сколько верст от Москвы до Твери?
4. *26 • 2 = 52 (версты) — на столько поезд отстал от первого;*
5. *39 - 26 = 13 (верст) — на столько второй поезд отставал за 1 ч  от первого поезда;*
6. *52 : 13 = 4 (ч) — столько времени был****в****пути первый поезд;*
7. *39 • 4 = 156 (вёрст) — расстояние от Москвы до Твери.*

8. Расстояние между городами *А*и *В*равно 720 км. Из *А*в *В*вышел скорый поезд со скоростью 80 км/ч. Через 2 ч навстречу ему из В в А вышел пассажирский поезд со скоростью 60 км/ч. Через сколько часов после выхода скорого поезда они встретятся?

9. Два поезда движутся навстречу друг другу -один со скоростью 70 км/ч, другой со скоростью 80 км/ч. Пассажир, сидящий во втором поезде, заме тил, что первый поезд прошел мимо него за 12 с. Ка кова длина первого поезда?

10. 1) Из пункта *А*в пункт *В*вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Одновременно с ним из А в В вы ехал велосипедист со скоростью 10 км/ч. Велосипе дист доехал до В, повернул назад и поехал с той же скоростью навстречу пешеходу. Через сколько часов после начала движения они встретятся, если рассто яние между *А и В*равно 30 км?

1. Из пункта А в пункт *В,*расстояние между кото рыми 17 км,  выехал велосипедист со скоростью12 км/ч. Одновременно с ним из А в В вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Велосипедист доехал до В, повернул и поехал назад с той же скоростью.  
   Через сколько часов после начала движения они встретятся?
2. Расстояние между двумя пунктами 12 км. Из них одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста со скоростями 10 км/ч и 8 км/ч. Каждый из них доехал до другого пункта, повернул и поехал назад с той же скоростью. Через сколько ча сов после начала движения они встретятся во второй раз?

*Приведем «длинное» решение задачи 10 (1) без по яснений.*

*1)30:10 = 3(ч);        4) 10 + 5 = 15 (км/ч);*

1. *5-3 = 15 (км);        5) 15 : 15 = 1 (ч);*
2. *30 - 15 = 15 (км);      6) 3 + 1 = 4 (ч).*

*Его можно упростить, заметив, что в задаче речь идет по сути дела о движении* *навстречу друг другу с удвоенного расстояния. Тот же ответ получится, если переформулировать условие задачи следующим обра зом: «Расстояние между пунктами А и В равно 60 км. Из пункта А в пункт В вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Одновременно с ним из В в А выехал велоси педист со скоростью 10 км/ч. Через сколько часов после начала движения они встретятся?».*

1. *30-2 = 60 (км);*
2. *10 + 5 = 15 (км/ч);*
3. *60:15 = 4 (ч).*

*Это пример удачной переформулировки задачи, приводящей к упрощению ее решения.*

**Задачи на движение**

1. Два пешехода одновременно вышли в проти воположных направлениях из одного пункта. Скорость первого 4 км/ч, скорость второго *5*км/ч. Какое рас стояние будет между ними через 3 ч? На сколько километров в час пешеходы удаляются друг от дру га? (Эту величину называют *скоростью удаления.)*

2.Из двух сел, расстояние между которыми 36 км, одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода. Их скорости 4 км/ч и 5 км/ч. На сколько километров в час пешеходы сближаются друг с дру гом? (Эту величину называют *скоростью сближения.)*Какое расстояние будет между ними через 3 ч?

1. Два велосипедиста выехали одновременно на встречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 36 км. Скорость первого 10 км/ч, второго 8 км/ч. Через сколько часов они встретятся?
2. 1) Расстояние между двумя городами 900 км.  Два поезда вышли из этих городов навстречу друг другу со скоростями 60 км/ч и 80 км/ч. На каком расстоянии друг от друга были поезда за 1 ч до встре чи? Есть ли в задаче лишнее условие?

2) Расстояние от села до города 45 км. Из села в город вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Через час навстречу ему из города в село выехал велосипедист со скоростью 15 км/ч. Кто из них в момент встречи будет ближе к селу?

3) Два велосипедиста выехали одновременно встречу друг другу из двух сел, расстояние мел которыми 54 км. Скорость первого 12 км/ч, второго 15 км/ч. Через сколько часов они будут находить друг от друга на расстоянии 27 км?

1. Велосипедист и мотоциклист выехали одновременно из одного пункта в одном направлении. Скорость мотоциклиста 40 км/ч, а велосипедиста 12 км/ч. Какова скорость их удаления друг от друга? Через сколько часов расстояние между ними будет 56 км?
2. *(Старинная задача.)*Некий юноша пошел Москвы к Вологде. Он проходил в день по 40 верст. Через день вслед за ним был послан другой юное проходивший в день по 45 верст. Через сколько дней второй догонит первого?
3. *(Старинная задача.)*Из Москвы в Тверь вышли одновременно два поезда. Первый проходил в час 39 верст и прибыл в Тверь двумя часами раньше  
   второго, который проходил в час 26 верст. Сколько верст от Москвы до Твери?
4. *26 • 2 = 52 (версты) — на столько поезд отстал от первого;*
5. *39 - 26 = 13 (верст) — на столько второй поезд отставал за 1 ч  от первого поезда;*
6. *52 : 13 = 4 (ч) — столько времени был****в****пути первый поезд;*
7. *39 • 4 = 156 (вёрст) — расстояние от Москвы до Твери.*

8. Расстояние между городами *А*и *В*равно 720 км. Из *А*в *В*вышел скорый поезд со скоростью 80 км/ч. Через 2 ч навстречу ему из В в А вышел пассажирский поезд со скоростью 60 км/ч. Через сколько часов после выхода скорого поезда они встретятся?

9. Два поезда движутся навстречу друг другу -один со скоростью 70 км/ч, другой со скоростью 80 км/ч. Пассажир, сидящий во втором поезде, заме тил, что первый поезд прошел мимо него за 12 с. Ка кова длина первого поезда?

10. 1) Из пункта *А*в пункт *В*вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Одновременно с ним из А в В вы ехал велосипедист со скоростью 10 км/ч. Велосипе дист доехал до В, повернул назад и поехал с той же скоростью навстречу пешеходу. Через сколько часов после начала движения они встретятся, если рассто яние между *А и В*равно 30 км?

1. Из пункта А в пункт *В,*расстояние между кото рыми 17 км,  выехал велосипедист со скоростью12 км/ч. Одновременно с ним из А в В вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Велосипедист доехал до В, повернул и поехал назад с той же скоростью.  
   Через сколько часов после начала движения они встретятся?
2. Расстояние между двумя пунктами 12 км. Из них одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста со скоростями 10 км/ч и 8 км/ч. Каждый из них доехал до другого пункта, повернул и поехал назад с той же скоростью. Через сколько ча сов после начала движения они встретятся во второй раз?

*Приведем «длинное» решение задачи 10 (1) без по яснений.*

*1)30:10 = 3(ч);        4) 10 + 5 = 15 (км/ч);*

1. *5-3 = 15 (км);        5) 15 : 15 = 1 (ч);*
2. *30 - 15 = 15 (км);      6) 3 + 1 = 4 (ч).*

*Его можно упростить, заметив, что в задаче речь идет по сути дела о движении* *навстречу друг другу с удвоенного расстояния. Тот же ответ получится, если переформулировать условие задачи следующим обра зом: «Расстояние между пунктами А и В равно 60 км. Из пункта А в пункт В вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Одновременно с ним из В в А выехал велоси педист со скоростью 10 км/ч. Через сколько часов после начала движения они встретятся?».*

1. *30-2 = 60 (км);*
2. *10 + 5 = 15 (км/ч);*
3. *60:15 = 4 (ч).*

*Это пример удачной переформулировки задачи, приводящей к упрощению ее решения.*

**Тест №4**

1. Найдите время, за которое велосипедист доберется из пункта А в пункт В

(см. схему на рисунке 1).

        υ=12 км/ч

           А|**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**В

                             s = 6 км

                                               Рис. 1.

**А**. 72 ч        **Б**. 0,5 ч                             **В**. 2 ч

**Г**. 5 ч                                   **Д**. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Из двух пунктов, расстояние между которыми 10 км, вышли одновременно в одном направлении два туриста. Скорость первого туриста 4 км/ч, а скорость идущего за ним следом – 6 км/ч. Через какое время второй турист догонит первого?

**А**. Через 1 ч                        **Б**.  Через 2,5 ч                         **В**. Через 1

**Г.** Через 5 ч                        **Д**. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. От одной станции до другой по течению реки лодка плыла 3 часа, а на обратный путь затратила 4 ч. Скорость течения реки 1 км/ч.  Составьте уравнение для нахождения  собственной скорости лодки, обозначив её через х км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

***Умножение и деление натуральных чисел***

Вариант 1.

1. На каждую телегу грузили по 8 мешков картофеля. На сколько телег погрузили 72 мешка картофеля?
2. В некоторые из 40 пакетов насыпали по 2 кг сахарного песку. Осталось 10 пустых пакетов. Во сколько пакетов насыпали сахарного песку?
3. В швейной мастерской за. месяц израсходовали 350 м материи, осталось 2 куска по 60 м. Сколько метров материи осталось?

2.        *(Задача С А.. Рачинского.)*Родник в 24 мин дает бочку воды. Сколько бочек воды дает родник в сут ки?

1. На некотором участке железной дороги меня ют старые рельсы длиной 8 м на новые длиной 12м. Сколько потребуется новых рельсов вместо 240 ста рых?

*На участке длиной 24 м вместо 3 старых рельсов положат 2 новых. Рельсы заменят на 240 : 3 = 80 таких участках, а положат на них 80 • 2 = 160 новых рельсов.*

1. Велосипедист в каждый из 10 дней проезжал по 36 км. Сколько километров в день ему надо проезжать, чтобы вернуться обратно за 9 дней?
2. Завод по плану должен изготовить 7920 приборов за 24 дня. За сколько дней завод выполнит это задание, если будет изготавливать в день на 30 при боров больше, чем намечено по плану?
3. Первая машинистка печатает 10 страниц в час, а вторая за 5 ч печатает столько же страниц, сколько первая за 4 ч. Сколько страниц отпечатают обе машинистки за 3 ч совместной работы?

7.        В двух корзинах лежало 86 яблок. Когда из первой во вторую переложили 3 яблока, то яблок в корзинах стало поровну. По сколько яблок было в каждой корзине первоначально?

8.        В булочной было 654 кг черного и белого хле ба. После того как продали 215 кг черного и 287 кг белого хлеба, того и другого сорта хлеба осталось поровну. Сколько килограммов черного и белого хлеба в отдельности было в булочной?

1. 215 + 287 = 502 (кг) — продали хлеба;
2. 654 - 502 = 152 (кг) — хлеба осталось продать;
3. 152 : 2 = 76 (кг) — белого (и черного) хлеба осталось продать;
4. 215 + 76 = 291 (кг) — черного хлеба было первоначально;
5. 287 + 76 = 363 (кг) — белого хлеба было первоначально.

**Задачи «на части»**

*В первых задачах о частях говорится явно. С по мощью задачи 5, которую полезно многократно про дублировать с другими числовыми данными, можно подготовить учащихся к самостоятельному введению «частей», когда о них не говорится явно. В результа те работы с задачами данного раздела учащиеся долж ны научиться принимать подходящую величину за 1 часть, определять, сколько таких частей приходит ся на другую величину, на их сумму (разность), за тем получать ответ на вопрос задачи*

.

1. Для варенья на 2 части малины берут 3 части сахара. Сколько килограммов сахара следует взять на 2 кг 600 г ягод?

1. При пайке изделий из жести применяют сплав, содержащий 2 части свинца и 5 частей олова. Сколько граммов свинца и олова в отдельности содержит кусок сплава, в котором олова на 360 г больше, чем свинца?
2. Купили 1800 г сухофруктов. Яблоки составляют 4 части, груши — 3 части и сливы — 2 части массы сухофруктов. Сколько граммов яблок, груш и слив в отдельности купили?

4. Для компота взяли 6 частей яблок, 5 частей груш и 3 части слив. Оказалось, что груш и слив вме сте взяли 2 кг 400 г. Определите массу взятых яблок; массу всех фруктов.

6°. 1) Сплав содержит 1 часть свинца и 2 части олова. Во сколько раз в этом сплаве олова больше, чем свинца?

2) Сплав содержит олова в 3 раза больше, чем свинца. Сколько частей олова приходится на 1 часть свинца?

7. Купили 60 тетрадей — в клетку было в 2 раза больше, чем в линейку. Сколько частей приходится на тетради в линейку; на тетради в клетку; на все тетради? Сколько купили тетрадей в линейку? Сколь ко в клетку ?

*С  целью развития мышления и речи школьников можно иногда давать им задание решить задачу «с вопросами». Для задачи 7  такое решение имеет вид:*

1)        Сколько частей приходится на все тетради?

1 + 2 = 3 (части).

2)        Сколько тетрадей приходится на 1 часть  
(в линейку)?

60 : 3 = 20 (тетр.).

3)        Сколько тетрадей было в клетку?

* 1. 2 = 40 (тетр.).

1. Мальчик и девочка рвали в лесу орехи. Всего они сорвали 120 штук. Девочка сорвала в два раза меньше мальчика. Сколько орехов было у мальчика и девочки в отдельности?

вариант 2

1. На первой полке стояло в 4 раза больше книг, чем на второй. Это на 12 книг больше, чем на второй полке. Сколько книг стояло на каждой полке?
2. *Задача С А. Рачинского.)*Я провел год в дерев не, в Москве и в дороге — и притом в Москве в 8 раз более времени, чем в дороге, а в деревне в 8 раз более, чем в Москве. Сколько дней провел я в дороге, в Москве и в деревне?

Следующая задача, как и другие задачи С.А. Рачинского (1836-1902), взята из его книги «1001 за дача для умственного счета» (3-е изд. — С.-Петербург, 1899; первое издание в 1891).

10.         В будущем (1892) году думаю провести в Петербурге столько минут, сколько часов проведу в деревне. Сколько времени я проведу в Петербурге?

Так как в 1 ч = 60 мин и число минут равно числу часов, то человек в деревне проведет в 60 раз больше времени, чем в Петербурге (время на переезд здесь не учитывается). Если число дней, проведенных в Петербурге, составляет 1 часть, то число дней, прове денных в деревне, составляет 60 частей. Так как речь идет о високосном годе, то на 1 часть приходится 366 : (60 + 1) = 6 (дней). То есть человек собирается провести в Петербурге 6 дней.

**Задачи на совместную работу**

1. Нужно проверить 360 работ учащихся. Один учитель может проверить их за 15 ч, другой — за 10 ч, третий — за 6 ч. За сколько часов они проверят тетради втроем?

1. 1) Через первую трубу бассейн можно напол нить за 3 ч, через вторую — за 6 ч. Какую часть бассейна наполнит каждая труба за 1 ч?

  2)        За 1 ч первая труба наполняет  бассейна, а вторая —  бассейна. Какую часть бассейна напол няют обе трубы за 1 ч совместной работы? За сколько часов наполнится бассейн через обе трубы?

3)        Через первую трубу можно наполнить бак за 10 мин, через вторую — за 15 мин. За сколько минут можно наполнить бак через обе трубы?

1. На птицеферму привезли корм, которого хватило бы уткам на 30 дней, а гусям на 45 дней. Рассчитайте, на сколько дней хватит привезенного кор ма уткам и гусям вместе?
2. Заготовленных материалов хватит для работы двух цехов в течение 10 дней или одного первого цеха в течение 15 дней. На сколько дней хватило бы этих материалов для работы одного второго цеха?
3. *(Из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого.)*Один человек выпьет кадь пития в 14 дней, а с женою вы пьет ту же кадь в 10 дней. Спрашивается, в сколько дней жена его отдельно выпьет ту же кадь.

*За 140 дней человек выпьет 10 бочонков, а вместе с женой за 140 дней они выпьют 14 бочонков. Зна чит, за 140 дней жена выпьет 14 - 10 = 4 бочонка. Один бочонок она выпьет за 140 : 4 = 35 дней.*

6. *(Старинная задача, Китай, II в.)*Дикая утка от южного моря до северного моря летит 7 дней. Ди кий гусь от северного моря до южного моря летит 9 дней. Теперь дикая утка и дикий гусь вылетают одновременно. Через сколько дней они встретятся?

7. Одна бригада может выполнить задание за 9 дней, а вторая — за 12 дней. Первая бригада рабо тала над выполнением этого задания 3 дня, потом вторая бригада закончила работу. За сколько дней было выполнено задание?

*Решение*задачи можно оформить так:

1. 1 : 9 =  (задания) — выполнит I бригада за 1 день;
2. • 3 =  (задания) — выполнила I бригада за 3 дня;

       2

3)        1 -  =  (задания) — выполнила II бригада;

4)        1 : 12 =  (задания) — выполнит II бригада за 1 день;

5)  :  = 8 (дней) — работала II бригада;

6)        3 + 8 = 11 (дней) — затрачено на выполнение задания.

Два первых действия можно заменить одним (3 • 9 = ), определив, какую часть работы выполнит I бригада за 3 дня.

8. Из пунктов *А и В*одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода. Они встретились через 40 мин после выхода, а через 32 мин после встречи первый пришел в *В.*Через сколько часов после выхода из *В*второй пришел в А?

9. Из пункта *А*в пункт В выехала грузовая ма шина. Одновременно с ней из пункта В в А выехала легковая машина. Грузовая машина через 2 ч после начала движения встретила легковую и еще через 3 ч прибыла в пункт *В.*Сколько времени потратила лег ковая машина на путь из В в А?

10. *(Старинная задача, Армения, VII в.)*В городе Афинах был водоем, в который проведены три тру бы. Одна из труб может наполнить водоем за 1 ч, другая, более тонкая, — за 2 ч, третья, еще более тонкая, — за 3 ч. Итак, узнай, в какую часть часа все три трубы вместе наполняют водоем.

11. *(Старинная задача.)*Лошадь съедает воз сена за месяц, коза — за два месяца, овца — за три меся ца. За какое время лошадь, коза и овца вместе съе дят такой же воз сена?

Приведем *старинное решение*задачи. Пусть ло шадь, коза и овца едят сено 6 месяцев. Тогда лошадь съест 6 возов, коза — 3, а овца — 2. Всего 11 возов, значит, в месяц они съедают  воза, а один воз съедят за 1 :  =  (месяца).

1. *(Старинная задача.)*Четыре плотника хотят построить дом. Первый плотник может построить дом за 1 год, второй — за 2 года, третий — за 3 года, четвертый — за 4 года. Спрашивается, за сколько лет они построят дом при совместной работе.

В 12 лет каждый плотник в отдельности сумеет построить: первый 12 дворов, второй — 6 дворов, тре тий — 4, четвертый — 3. Таким образом, за 12 лет они могут построить 25 дворов. Следовательно, один двор все вместе они сумеют построить за  =

= 175 дней.

*Приведенные способы решения задач стоит пока зать детям для того, чтобы подчеркнуть важную мысль: авторы решений применяли такие рассужде ния, видимо, потому, что не умели действовать с дро бями.*

12. *(Из «Всеобщей арифметики» И. Ньютона.)*Трое рабочих могут выполнить некоторую работу, при этом *А*может выполнить ее один раз за 3 недели, *В*три раза за 8 недель, С пять раз за 12 недель. Спра шивается, в какое время они смогут выполнить эту работу все вместе. (Считать в неделе 6 рабочих дней по 12 ч).

Более сложным продолжением рассматриваемой серии задач являются задачи на движение по реке.

**13.**Катер проплывает некоторое расстояние по озе ру за 6 ч, а по течению реки — за 5 ч. Сколько време ни потребуется плоту на такое же расстояние?

14. Расстояние между двумя пристанями по те чению катер проходит за 8 ч, а плот т— за 72 ч. Сколько времени потратит катер на такой же путь по озеру?

15. Лодка проплыла некоторое расстояние по озе ру за 4ч. Такое же расстояние плот проплывает по реке за 12 ч. Сколько времени затратит лодка на тот же путь по течению реки? против течения?

16. Первая и вторая бригады могли бы выполнить задание за 9 дней; вторая и третья бригады — за 18 дней; первая и третья бригады — за 12 дней. За сколько дней это задание могут выполнить три бри гады, работая вместе?

1) 1 : 9  = (задания) — выполняют I и II брига ды за 1 день;

2) 1  : 18 =(задания) – выполняют II  и  III бригады за 1 день;

3)  1 :  12 =  (задания) – выполняют  I и  III бригады за 1 день;

4)  () : 2 =  (задания) – выполняют три бригады за 1 день совместной работы;

5) 1 :  = 8 (дней) – время выполнения задания тремя бригадами.

**Решение задач с помощью уравнения**

1. Когда Маша прочитала несколько страниц, то ей осталось прочитать на 40 страниц больше, чем она уже прочитала. Сколько страниц в книге?
2. Папа в 3 раза старше сына. На сколько лет сын моложе папы?
3. В книге 60 страниц. Прочитали в 2 раза больше страниц, чем осталось прочитать. Сколько страниц осталось прочитать?

4.У хозяйки было 20 кур и цыплят. Кур было в 4 раза меньше, чем цыплят. Сколько цыплят было у хозяйки?

5.Кусок полотна в 124 м надо разрезать на две части так, чтобы длина одной части была на 12 м больше другой. По сколько метров полотна будет в каждой части?

6.За конфеты заплатили в 3 раза больше, или на 6 р. больше, чем за печенье. Сколько заплатили за печенье?

7.На солнышке грелось несколько кошек. У них лап на 10 больше, чем ушей.

Сколько кошек грелись на солнышке?

8.В хозяйстве имеются куры и овцы. Сколько тех и других, если у них вместе 19 голов и 46 ног?

*Пусть в хозяйстве было х овец, тогда кур было 19 - х. Число ног у овец равно 4х, а у кур 2(19 - х). Составим уравнение:*

*4х + 2(19 – х)= 46.*

 9.Сумму в 74 р. заплатили девятнадцатью моне тами по 2 р. и 5 р. Сколько было монет по 2 р.?

10.Доску длиной 6,75 м распилили на 2 части так, что одна из них была в 3,5 раза короче другой. Определите длину каждой части доски.

11.Чтобы выполнить задание в срок, токарь дол жен изготавливать по 24 детали в день. Однако он ежедневно перевыполнял норму на 15 деталей и уже за 6 дней до срока изготовил 21 деталь сверх плана. Сколько деталей изготовил токарь?

*Пусть токарь должен был выполнить задание за х дней, тогда всего он должен был сделать 24х дета лей. Фактически он изготавливал по 24 + 15 = 39 деталей в день и за (х - 6) дней изготовил 39(х - 6) деталей — это количество деталей на 21 больше зап ланированного. Составим уравнение:*

*39(д: - 6) – 24х = 21,*

*имеющее единственный корень 17. Токарь изготовил 24 -17 = 408 деталей.*

*Учащиеся, испытывающие затруднения при ана лизе текста задачи, обычно лучше решают задачи, если использовать таблицу для записи условия, как это делается при решении следующей задачи.*

1. Бригада рабочих должна была изготовить оп ределенное количество деталей за 20 дней. Однако она ежедневно изготавливала на 70 деталей больше, чем планировалось первоначально. Поэтому уже за 7 дней до срока ей осталось изготовить 140 деталей. Сколько деталей должна была изготовить бригада?

*Пусть по плану бригада должна была изготавливать по х деталей в день. Заполним таблицу значений трех величин для двух ситуаций: «по плану» и «фактически».*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Время  (дни) | Производительность (дет. в день) | Работа (число деталей) |
| По плану | 20 | *X* | *20х* |
| Фактически | 13 | *х+70* | *13(х+*70) |

*Так как за 7 дней до срока бригаде осталось изготовить 140 деталей, то 20х  на 140 больше, чем 13(х + 70).*

Составим уравнение:

20х - *13(х+*70) = 140,

*имеющее единственный корень 150. Бригада должна изготовить 150-20 = 3000 деталей.*

Начиная с задачи 13 составление уравнения про изводится кратным сравнением величин, выраженных через *х.*

1. У Васи было на 10 марок меньше, чем у Коли. Каждый мальчик подарил Саше по 15 марок. У Васи осталось марок в 2 раза меньше, чем у Коли. По сколь ко марок было у мальчиков первоначально?

*Пусть у Васи было х марок, тогда у Коли было х + 10 марок. После того как они подарили Саше по 15 марок, у Васи стало х - 15, а у Коли х + 10 - 15 = = х - 5 марок. У Васи стало в 2 раза меньше марок, чем у Коли. Составим уравнение:*

*2(х - 15) = х - 5,*

*имеющее единственный корень 25. У Васи было 25 марок, у Коли 25 + 10 = 35 марок.*

1. Двое ели сливы. Один сказал другому: «Дай мне свои две сливы, тогда у нас слив будет поровну». На что другой ответил: «Нет, лучше ты дай мне свои две сливы — тогда у меня будет в два раза больше, чем у тебя». Сколько слив у каждого?

*Пусть у двоих первый раз станет по х слив, тогда сначала у первого было х -2, а у второго х + 2 сливы. Второй раз у первого станет х - 4, а у второго х + 4 сливы.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Станет 1-й раз | Было сначала | Станет 2-й раз |
| У первого | *х* | *х- 2* | *х - 4* |
| У второго | *X* | *х+2* | *х + 4* |

*По условию задачи х + 4 в 2 раза больше, чем х - 4. Составим уравнение:*

*2(х - 4) = х + 4,*

*откуда х = 12. У первого было х - 2 = 10, у второго х + 2 = 14 слив.*

27\*. *(Задача Евклида, Греция.)*Ослица и мул шли вместе, нагруженные мешками равного веса. Ослица жаловалась на тяжесть ноши. «Чего ты жалуешься? — сказал мул. — Если ты мне дашь один твой мешок, моя ноша станет вдвое больше твоей, а если я дам тебе один мешок, наши грузы только сравняются». Сколько мешков было у каждого?

**Тест №5**

Вариант 1.

1. Имеется 13 монет общей стоимостью 47 р. – одни по5 р., другие по 2 р. Сколько было монет по 5 р.?

Пусть х монет по 5 р. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

**А**. 5x + 2(13 – x) = 13        **Б**. 2х + 5(13 –х) = 13

**В**. 2х = 5(13 – х) = 47                               **Г.** 5x  + 2(13 – x) = 47

1. Пять плюшек и семь ватрушек стоят 79 р., а семь плюшек и пять ватрушек стоят 77 р. Сколько стоит одна плюшка?

  Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Одиннадцать человек сажали деревья. Каждый мужчина посадил по 6 деревьев, каждая  женщина посадила по 3 дерева, а каждый  из детей посадил по 2 дерева, всего они посадили 39 деревьев. Определите, сколько было мужчин, женщин и детей в отдельности. В ответе укажите, сколько решений имеет задача.

**А**. 1              **Б.** 2                 **В.** 3                  **Г.**   4

**4**.     Два печника сложили печку в загородном доме за 14 дней, причем второй печник присоединился к первому через 3 дня после начала работы. Известно, что первому печнику на выполнение всей работы потребовалось бы на 6 дней больше, чем второму. За сколько дней мог сложить печку каждый печник, работая отдельно?

Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Тест №5

Вариант 2

1. 400 р. Разменяли 12 купюрами по 10 р. И по 50 р.         Сколько было купюр по 50 р.?

          Пусть было х купюр по 50 р. Какие из уравнений соответствуют условию задачи?

**А**. 50х + 10(12 – х) = 400          **Б.** 50х – 10(12 - х) = 400

**В**. 50(12 – х) + 10х = 400            **Г.** 50(12 – х) – 10х = 400

1. Шесть бубликов и пять пряников стоят 59 р., а пять бубликов и шесть пряников стоят 62 р. Сколько стоит один пряник?

Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Двенадцать человек пошли в поход.  Каждый мужчина нес по 8 кг, каждая женщина – по 5 кг, а каждый из детей – по 3 кг, все вместе они несли 80 кг груза. Определите, сколько было мужчин, женщин и детей в отдельности. В ответе укажите, сколько решений имеет задача?

**А.**  2                       **Б**. 3                     **В**.  1                                  **Г**.  4

1. Два токаря выполнили задание за 15 дней, причем второй токарь присоединился к первому через 7 дней после начала работы. Известно, что первому токарю на выполнение всей работы потребовалось бы на 7 дней меньше, чем второму. За сколько дней мог выполнить задание каждый токарь, работая отдельно?

Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Разные задачи**

1.  *(Задача СА. Рачинского.)*В школе равное чис ло девочек и мальчиков. Я принес 234 ореха, и каждому мальчику досталось по 5 орехов, каждой девоч ке по 4 ореха. Но девочки обиделись, и в другой раз я принес столько орехов, что всем досталось по 6. Сколь ко орехов я принес?

1. *5 + 4 = 9 (орехов) — досталось каждой паре  
   мальчик-девочка;*
2. *234 : 9 = 26 (пар) — мальчик-девочка было  
   всего;*
3. *26 • 2 = 52 (чел.) — было всех мальчиков и  
   девочек;*
4. *52-6 = 312 (орехов) — было принесено во  
   второй раз.*

2.        *(Из «Азбуки» Л.Н. Толстого.)*Пять братьев разделили после отца наследство поровну. В наследстве было три дома. Три дома нельзя было делить, их взяли старшие три брата. А меньшим за то выделили деньги. Каждый из старших заплатил по 800 р. меньшим. Меньшие разделили эти деньги между собою, и тогда у всех братьев стало поровну. Много ли стоили дома?

1. *3-800 = 2400 (р.) — дали старшие братья  
   меньшим;*
2. *2400 : 2 = 1200 (р.) — получил каждый из  
   младших братьев.*
3. *1200 + 800 = 2000 (р.) — стоимость дома.*

3.        В бочке было 40 ведер воды. Когда из нее отлили несколько ведер, то воды осталось в 7 раз боль ше, чем отлили. Сколько ведер отлили?

4. 1) На двух полках стояло 12 книг. Когда с первой полки на вторую переставили столько книг, сколько до этого было на второй полке, то книг на полках стало поровну. Определите, сколько книг пер воначально стояло на каждой полке.

1. У Светы и Наташи вместе было 8 яблок. Света дала Наташе столько яблок, сколько было у Наташи. Потом Наташа дала Свете столько яблок, сколько было у Светы. После этого у девочек оказалось яблок поровну. Сколько яблок первоначально было у каждой  
   девочки?
2. *(Старинная задача.)*Трое мальчиков имеют по некоторому количеству яблок. Первый из мальчиков дает другим столько яблок, сколько каждый из них имеет. Затем второй дает двум другим столько яб лок, сколько каждый из них имеет; в свою очередь, и третий дает каждому из двух столько яблок, сколько есть у каждого в этот момент. После этого у каждого из мальчиков оказывается по 8 яблок. Сколько яблок было вначале у каждого мальчика?

*5.(Старинная задача, Индия, 1П-1У в.)*Из че тырех жертвователей второй дал вдвое больше перво го, третий — втрое больше второго, четвертый — вчет веро больше третьего, все вместе дали 132. Сколько дал первый?

*Пусть первый дал 1 часть, тогда второй 2 части, третий 2-3 = 6 частей, четвертый 6-4 = 24 части, а всего 1 + 2 + 6 +24 = 33 части. Тогда первый дал 132 : 33 = 4.*

*6.(Из «Всеобщей арифметики» И. Ньютона.)*Некто желает распределить между бедными деньги. Если бы у него было на восемь динариев больше, то он мог бы дать каждому по три, но он раздает лишь по два, и у него еще остается три. Сколько бедных?

*Представим, что некто раздавал сначала по 2 ди нария и у него осталось 3 динария. Если бы у него было на 8 динариев больше, тогда 3 + 8 = 11 динари ев он распределил бы между всеми бедными, дав каж дому еще по 1 динарию. То есть бедных было 11.*

1. У всех пирамид 128 колец. Сколько было больших пирамид?

*Представим, что со всех больших пирамид мы сня ли по 2 кольца. Тогда всех колец было бы 20 • 5 = 100, а по условию задачи их 128. То есть мы сняли 128 - 100 = 28 (колец). Так как с каждой большой пирамиды мы сняли по 2 кольца, то больших пира мид было 28 : 2 = 14.*

8.  *(Задача СА. Рачинского.)*За 1000 р. я купил 44 коровы — по 18 р. и по 26 р. Сколько тех и дру гих?

9. *(Старинная задача.)*Некий человек покупал масло. Когда он давал деньги за 8 бочек масла, то у него осталось 20 алтын. Когда же стал давать за 9 бочек, то не хватило денег полтора рубля с грив ною. Сколько денег было у человека? [1 алтын = = 3 коп.]

1. *(Из рассказа АЛ. Чехова «Репетитор\*.)*Ку пец купил 138 аршин черного и синего сукна за 540 р. Спрашивается, сколько аршин купил он того и дру гого, если синее стоило 5 р. за аршин, а черное 3 р.? [1 аршин = 71 см.]
2. *138 • 3 =414 (р). — заплатили бы, если бы  
   все сукно было черное;*
3. *540 - 414 = 126 (р.) — переплата за все  
   синее сукно;*
4. *5 - 3 = 2 (р.) — переплата за 1 аршин сине   
   го сукна;*
5. *126 : 2 = 63 (аршина) — было синего сукна;*
6. *138 - 63 = 75 (аршина) — было черного  
   сукна.*

11.  *(Старинная задача.)*Крестьянин хочет купить лошадь и для этого продает рожь. Если он продаст 15 ц ржи, то ему не хватит для покупки лошади 80 р., а если он продаст 20 ц ржи, то после покупки у него останется 110 р. Сколько стоит лошадь?

*12.(Из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого.)*Купил 112 баранов старых и молодых, дал 49 рублей и 20 алтын. За старого платил по 15 алтын и по 2 день ги, а за молодого по 10 алтын. Сколько старых и мо лодых баранов купил он?

*Пусть сначала за всех баранов заплатили как за молодых — по 30 к., то есть 112 • 30 = 3360 (к.). За каждого старого барана платили на 46 - 30 = 16 (к.), больше, чем за молодого, а за всех вместе на 4960 - 3360 = 1600 (к.), больше, чем за молодых.*

*Тогда старых баранов было 1600 : 16 = 100, а моло дых 112 - 100 = 12.*

13.  *(Старинная задача.)*Купец купил 110 фунтов табака. 50 фунтов оказались подмоченными, и купец продал их на 2 р. дешевле за 1 фунт, чем заплатил сам. Остальной табак он продал на 3 р. дороже за 1 фунт, чем уплатил сам. Подсчитайте прибыль купца.

14. Три утенка и четыре гусенка весят 2 кг 500 г. а четыре утенка и три гусенка весят 2 кг 400 г. Сколь ко весит один гусенок?

*Эту задачу обычно решают с помощью системы уравнений. Наша цель заключается в том, чтобы за долго до формальных манипуляций с уравнениями учащиеся получили опыт аналогичных действий верными равенствами. Например, запишем коротко условия задачи 14:*

*Зu+ 4g = 2500;*

*4u + 3g = 2400.*

*Что теперь можно определить? Например, вес 7 утят и 7 гусят (4900 г), затем вес 1 утенка и 1 гусенка (700 г), а потом вес 3 утят и 3 гусят (2100 г). Сравнение полученного результата с первым условием показывает, что 1 гусенок весит 400 г.*

1. В рукописи 42 страницы. Одна машинистка перепечатает рукопись за 3 ч, а вторая — за 6 ч. За сколько часов машинистки перепечатают рукопись при совместной работе?
2. Токарь может обточить 72 заготовки за 3 ч, а его ученику на выполнение той же работы требуется в 2 раза больше времени. За сколько часов они обточат 144 такие же заготовки при совместной работе?
3. Алеша и Боря вместе весят 82 кг, Алеша 1 Вова весят 83 кг, Боря и Вова весят 85 кг. Сколько весят вместе Алеша, Боря и Вова?

*Рассмотрим два способа решения задачи.*

*Способ I.*Сравнение двух первых условий показывает, что Боря легче Вовы на 1 кг, а вместе они веся 85 кг. Боря весит (85 - 1): 2 = 42 (кг), а Алеша, Бор! и Вова вместе весят 42 + 83 = 125 (кг).

*Способ II.*Если записать краткое условие задач так:

 А + Б = 82;

   А + В = 83;

   В + Б = 85

и сложить левые и правые части равенств, то получим:

2(А + Б + В) = 250, откуда

А + Б + В = 125.

То есть Алеша, Боря и Вова вместе весят 125 кг.

1. Спортсмен плыл против течения реки. Про плывая под мостом, он потерял флягу. Через 10 мин пловец заметил пропажу, повернул обратно и догнал флягу у второго моста. Найти скорость течения реки, если расстояние между мостами 1 км.

*Спортсмен догнал флягу через 10 + 10 = 20 (мин) Фляга проплыла за это время 1 км, следовательно, скорость течения равна 3 км/ч.*

1. Два поезда движутся навстречу друг другу — один со скоростью 70 км/ч, другой со скоростью 80 км/ч. Пассажир, сидящий во втором поезде, заметил, что первый поезд прошел мимо него за 12 с. Ка кова длина первого поезда?

20. 1) Из пункта *А*в пункт *В*вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Одновременно с ним из А в В вы ехал велосипедист со скоростью 10 км/ч. Велосипедист доехал до В, повернул назад и поехал с той же скоростью навстречу пешеходу. Через сколько часов после начала движения они встретятся, если расстояние между А и В равно 30 км?

1. Из пункта А в пункт В, расстояние между кото рыми  17 км, выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. Одновременно с ним из А в В вышел пеше ход со скоростью 5 км/ч. Велосипедист доехал до В, повернул и поехал назад с той же скоростью.  
   Через сколько часов после начала движения они встретятся?
2. Расстояние между двумя пунктами 12 км. Из них одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста со скоростями 10 км/ч и 8 км/ч. Каждый из них доехал до другого пункта, повернул и поехал назад с той же скоростью. Через сколько часов после начала движения они встретятся во второй раз?

*Приведем «длинное» решение задачи 20 (1) без пояснений.*

*1)30:10 = 3(ч);              4) 10 + 5 = 15 (км/ч);*

1. *5 • 3 = 15 (км);              5) 15 : 15 = 1 (ч);*
2. *30 - 15 = 15 (км);      6) 3 + 1 = 4 (ч).*

*Его можно упростить, заметив, что в задаче речь идет по сути дела о движении навстречу друг другу с удвоенного расстояния. Тот же ответ получится, если переформулировать условие задачи следующим образом: «Расстояние между пунктами А и В равно 60 км. Из пункта А в пункт В вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Одновременно с ним из В в А выехал велосипедист со скоростью 10 км/ч. Через сколько часов после начала движения они встретятся?».*

*1)30-2 = 60 (км);*

1. *10 + 5 = 15 (км/ч);*
2. *60:15 = 4 (ч).*

*Это редкий пример удачной переформулировки задачи, приводящей к упрощению ее решения*

21.         На лугу паслось несколько коров. У них ног на 24 больше, чем голов. Сколько коров паслось на лугу?

22.На вопрос учеников о дне своего рождения учитель ответил загадкой: «Если сложить день и номер месяца моего рождения, то получится 20; если из дня рождения вычесть номер месяца рождения, то получится 14, если к произведению дня и номера  
месяца моего рождения прибавить 1900, то получит ся год моего рождения». Когда родился учитель математики?

1. Из двух городов, расстояние между которыми 400 км, одновременно навстречу друг другу выехали два мотоциклиста. Определите их скорости, если известно, что они встретились через 4 ч и что скорость одного на 10 км/ч больше скорости другого.

**Вопросы и задания**

1*.        Решите «с вопросами» задачу*.

На изготовление 2100 деталей первая бригада затрачивает на 2 ч меньше, чем вторая, которая делает 420 деталей за 1 ч. Сколько деталей за час делает первая бригада?

2.        *Решите «с пояснениями» задачу.*

В магазине было 420 мужских и женских часов. Когда продали 150 мужских и 140 женских часов, то тех и других осталось поровну. Сколько мужских часов было в магазине?

3.        *Объясните, почему ответ «5 и 4» в следующей задаче неверен.*

Три соседки готовили обед на общей плите в коммунальной квартире. Первая принесла 5 поленьев, вторая 4 полена, а у третьей дров не было — она угостила своих соседок, дав им 9 яблок. Как соседки должны поделить яблоки по справедливости?

Желаю в жизни радости, тепла,  
Пускай всегда на всё хватает сил,  
Чтоб завтра было лучше, чем вчера,  
И каждый новый день счастливым был!